SESTA LEZIONE

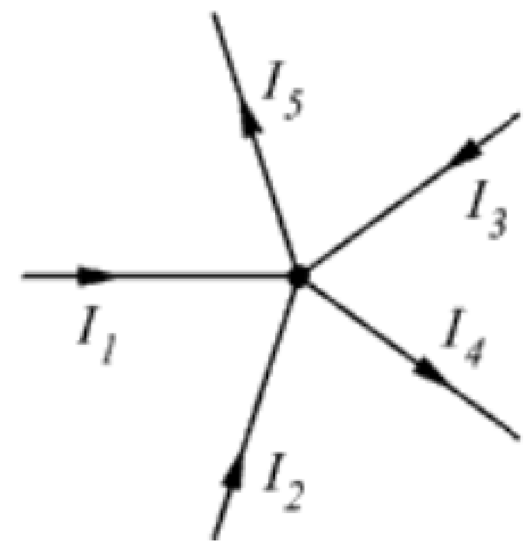
Leggi di Kirchoff:

- Primo principio di Kirchoff:

"La somma delle correnti entranti in un nodo è uguale alla somma delle correnti uscenti cioè: la somma algebrica delle correnti che interessano un nodo è uguale a zero."

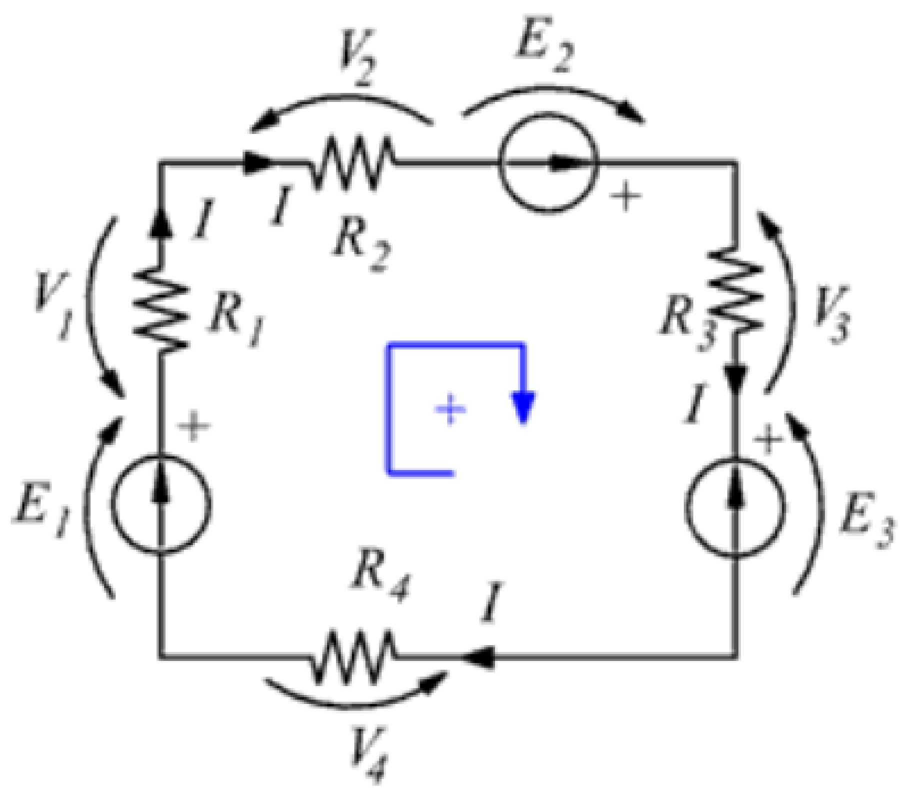
In questo caso scriveremo:

I1+I2+I3=I4+I5



- Secondo principio di Kirchoff:

"La somma algebrica delle forze elettromotrici (F.E.M.) e delle cadute di tensione (C.D.T. - le differenze di potenziale ai capi di ogni singola resistenza) che si incontrano in una maglia è uguale a zero."



Consideriamo una corrente I che percorre una maglia chiusa. Lungo il percorso sono dislocate le F.E.M. (i generatori) E1, E2, E3 e le resistenze R1, R2, R3, R4 che causano le C.D.T. V1, V2, V3, V4.

Dopo aver considerato arbitrariamente come senso positivo per le tensioni il senso orario, avremo dunque:

$$0 = E_1 - V_1 - V_2 + E_2 - V_3 - E_3 - V_4$$

$$0 = E_1 - R_1 I - R_2 I + E_2 - R_3 I - E_3 - R_4 I$$

Spostando qua e là i componenti otteniamo:

$$E_1 + E_2 - E_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I + R_4 I$$

Raccogliendo I otteniamo:

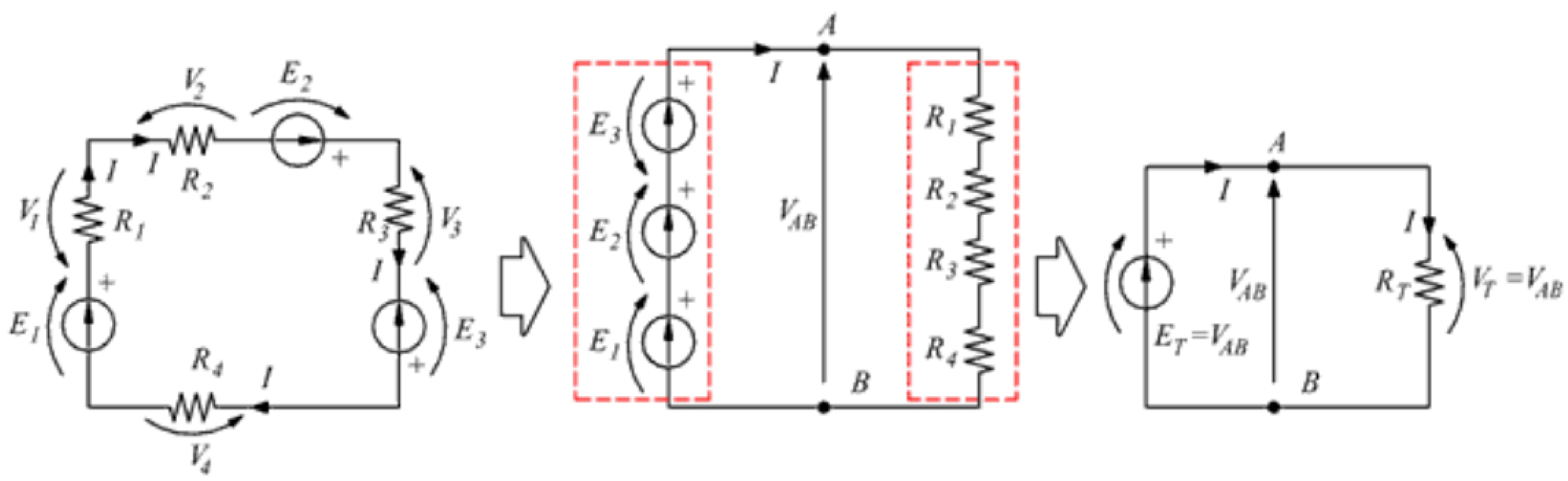
$$E_1 + E_2 - E_3 = I(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)$$

E di conseguenza:

$$I = \frac{E_1 + E_2 - E_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$$

Che ci permette di calcolare l'incognita I dato che in genere i generatori e le resistenze sono noti. Come nel caso della legge di Ohm la corrente può essere ottenuta dal rapporto fra una tensione ed una resistenza. Per tale motivo il II° principio di Kirchhoff viene talvolta chiamato legge di Ohm generalizzata.

Il procedimento fatto sopra può anche essere rappresentato graficamente, aiutando a comprendere ancora meglio i tre passaggi svolti:



Applicazione della legge di OHM in corrente alternata.

Come visto nelle precedenti lezioni, il comportamento di una induttanza L e di una capacità C a causa delle relative reattanze, danno effetti diametralmente opposti: in una induttanza, come sappiamo, la tensione è in anticipo rispetto alla corrente di ¼ di ciclo cioè a 90° elettrici, al contrario, in una capacità, è la corrente I in anticipo rispetto a V di ¼ di ciclo cioè sempre 90° elettrici.

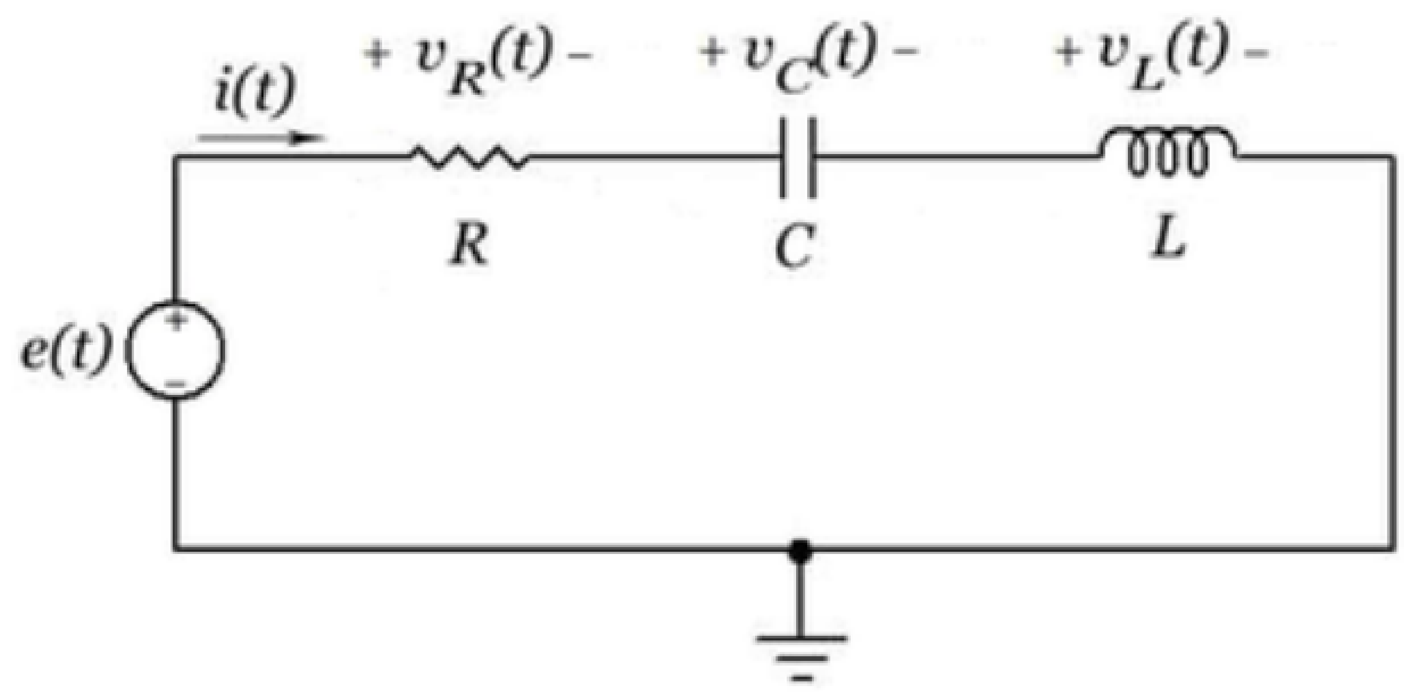
Per gli effetti su accennati, se inseriamo in un circuito una induttanza e una capacità, le rispettive reattanze tenderanno ad annullarsi, perciò, la reattanza totale sarà:

$$X_T = X_L + X_C = 2\pi f L + \left(-\frac{1}{2\pi f C}\right) = 2\pi f L - \frac{1}{2\pi f C} = \omega L - \omega C$$

Nota: il simbolo "ω" (Omega) è una semplificazione durante la scrittura delle formule e ha valore 2πf

Giova ricordare però, che non saremo mai in presenza di reattanze pure (se ciò fosse X_T sarebbe 0) pertanto, nel calcolo complessivo, sarà da considerare anche una componente R (seppur minima - individuata nei materiali usati per la realizzazione di bobine e condensatori).

Se ad un circuito composto da una resistenza, da una induttanza e da una capacità, (RLC) collegassimo un generatore di CA, in tale circuito circolerà una certa corrente I.



La corrente I che ora circola sarà: $I = \frac{V}{Z}$ dove V è la tensione applicata al circuito e Z è l'impedenza che offre tale circuito in funzione della reazione di RLC al passaggio di una corrente alternata (solo e solamente a quella data frequenza!).

Nota: Le reattanze, quando sono composte da componenti sia induttive che capacitive si indicano con Z.

In ultima analisi, l'impedenza Z congloba tutti gli effetti reattivi di L di C e resistivi di R presenti in un circuito percorso da corrente alternata. Anche l'impedenza Z si misura in ohm.

Queste reattanze, così come qualsiasi altro componente possono essere collegate in serie o parallelo, variando la risposta del circuito al variare della frequenza.

Esercizi di calcolo con RLC serie (per conoscenza – non presente negli esami).

Nel circuito mostrato sopra sono presenti un generatore da 250V_{EFF}, una resistenza da 180Ω, una induttanza da 12mH e un condensatore da 47uF. Calcolare la corrente che scorre nel circuito e la tensione ai capi di ogni componente a 440Hz e 20000Hz e la potenza dissipata da R nei due casi.

Iniziamo calcolando l'impedenza di ogni componente, ovviamente sappiamo che R non essendo una reattanza varrà sempre 180Ω, mentre le reattanze varranno:

- A 440Hz:

$$Xc = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \, x \, 440Hz \, x \, 47x10^{-6}F} = 7{,}696\Omega$$

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \, x \, 440Hz \, x \, 12x10^{-3}H = 33{,}175\Omega$$

- A 20000Hz:

$$Xc = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \, x \, 20000Hz \, x \, 47x10^{-6} \, F} = 0{,}169\Omega$$

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \, x \, 20000Hz \, x \, 12x10^{-3}H = 1508\Omega$$

La corrente che scorerà nel circuito sarà:

- A 440Hz:

$$I = \frac{V}{Z_T} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{250V}{\sqrt{180^2 + (33{,}175\Omega - 7{,}696\Omega)^2}} = \frac{250V}{\sqrt{32400\Omega + 649{,}179}} = \frac{250V}{181{,}8\Omega} = 1{,}375A$$

- A 20000Hz

$$I = \frac{V}{Z_T} = \frac{V}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{250V}{\sqrt{180^2 + (1508\Omega - 0{,}169\Omega)^2}} = \frac{250V}{\sqrt{32400\Omega + 2273554\Omega}} = \frac{250V}{1518\Omega} = 164mA$$

Mentre le potenze su R saranno:

- A 440Hz:

$$P = R\ x\ I^2 = \ 180\Omega\ x\ 1{,}375^2A = 340{,}312W$$

- A 20000Hz:

$$P = R\ x\ I^2 = \ 180\Omega\ x\ 0{,}164^2A = 4{,}841W$$

È piuttosto evidente come la frequenza influisca sulle correnti e potenze in gioco nel circuito.

Dopo aver visto questi valori e conoscendo il comportamento di induttanze e condensatori, da cosa potrà essere composto questo circuito che tutti abbiamo in casa? Si usa per alimentare gli LNB o LNA di qualsiasi sistema d'antenna con lo scopo di portare con un solo cavo la tensione di alimentazione e il segnale RF.